

**ΣΧΟΛΗ ΒΥΖΑΝΤΙΝΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ
ΑΓΙΑΣ ΜΑΡΙΝΗΣ ΑΝΩ ΙΛΙΣΙΩΝ**

Γ΄ ΗΜΕΡΙΔΑ ΨΑΛΤΙΚΗΣ

«Θέματα Θεωρίας της Ψαλτικής»

«Η διαίρεση του τόνου»

Μιχαήλ Φράγκος

Σάββατο 23 Μαΐου 2015

Η διαίρεση του τόνου

Ο προσδιορισμός των διαστημάτων της ελληνικής μουσικής υπήρξε αντικείμενο μελέτης και έρευνας των θεωρητικών από αρχαιοτάτων χρόνων. Κομβικό σημείο για τη μελέτη, την ανάδειξη και εξέλιξη της λόγιας ελληνικής μουσικής είναι ο Χρύσανθος ο Μαδυτινός (ένας απ' τους 3 διδασκάλους της νέας μεθόδου) ο οποίος στις αρχές του 19ου αιώνα προβαίνει στη θεωρητική μεταρρύθμιση της μουσικής. Αυτοσκοπός του είναι η συστηματοποίηση, η θεωρητική και επιστημονική τεκμηρίωση της εκκλησιαστικής μουσικής. Ο Χρύσανθος τονίζει μέσα απ' το θεωρητικό του την άρρηκτη σχέση και την αδιάσπαστη συνέχεια της αρχαίας ελληνικής μουσικής με την ψαλτική τέχνη με την τελευταία να τη θεωρεί γνήσια απόγονό της, ωστόσο δε τη ταυτίζει απόλυτα με αυτήν στο τεχνικό και θεωρητικό της μέρος.

Ο κύριος συνδετικός κρίκος αυτής της μουσικής συνέχειας του παρελθόντος είναι η Διαστηματική. Διάστημα καλείται: 'η μεταξύ 2 φθόγγων διάστασις κατά την οξύτητα ή την βαρύτητα'. Ειδικότερα η ορολογία του «τόνου» ο οποίος αγκιστρώνεται απ' τα παλαιά θεωρητικά και ενσωματώνεται στη νέα θεωρία ως 'το διάστημα που σχηματίζεται από 2 γειτονικούς φθόγγους' και στη συνέχεια ταυτοποιείται με την έννοια της <φωνής>, όσο και τις λεπτές υποδιαίρεσεις της ετεροπροσδιορίζονται και εισάγονται στη νέα θεωρία για να γεφυρώσουν τη θεωρία του παρελθόντος με το παρόν. Αλλά τι πραγματικά ήταν ο τόνος για τους αρχαίους;

Στην αρχαιότητα τα διαστήματα δεν εκφράζονταν με μόρια σε κλίμακα αλλά με λόγους. Πρώτος ο Πυθαγόρας ο Σάμιος ορίζει τις αρμονικές σχέσεις πάνω στο μονόχορδο: το ίσον με λόγο 1/1, το διαπασών με λόγο 2/1 καθώς πάλλεται η μισή χορδή, τον αριθμητικό μέσο αυτών $(1+2)/2=3/2$ καθώς πάλλονται τα 2/3 της χορδής (δια 5) και τον αρμονικό τους μέσο $2/1+(1/2)=4/3$ καθώς πάλλονται τα 3/4

της χορδής (δια 4). σημ. $\frac{a+b}{2}, \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$

Η μουσική για τον Πυθαγόρα είναι μια μαθηματική επιστήμη! Η ανακάλυψή του ήταν ότι η φωνή και η αίσθηση ακολουθούν νόμους βασισμένους σε αριθμητικές αναλογίες ακεραίων αριθμών γι' αυτό η θεωρία του ονομάστηκε θεωρία των λόγων. Ο ίδιος αποδοκιμάζει την κρίση της μουσικής με την ακοή υποστηρίζοντας ότι ο Θεός δημιούργησε τη ψυχή με αναλογίες από τα μισά και τα τρίτα. Έτσι και στη μουσική τα διαστήματα καθορίζονται από τις δυνάμεις του 2 και του 3.

Ορίζει το μείζονα τόνο ως τη διαστηματική διαφορά του δια 4 απ' το δια 5

$(3/2:4/3=9/8)$ και τον ονομάζει επόγδοο τόνο καθώς πάλλονται τα 8 τμήματα επί μιας χορδής που έχει σύνολο 1 παραπάνω (επί του 8). Στη συνέχεια για να σχηματίσει διάστημα 4ης παίρνει 2 μείζονες τόνους στη σειρά $(9/8*9/8=81/64)$ και τη διαστηματική διαφορά τους απ' την 4η $(4/3:81/64=256/243)$. Το τελευταίο διάστημα το ονομάζει Λείμμα $(256/243)$. Άρα η 4η αποτελείται από 2 Μ.τόνους και το λείμμα(το οποίο είναι λιγότερο από ημιτόνιο). Να επισημάνουμε ότι για να προσθέσουμε 2 διαστήματα πολ/ζουμε τους αντίστοιχους λόγους και για να τα αφαιρέσουμε τους διαιρούμε και αυτό γιατί η θεωρία των λόγων έχει λογαριθμικό χαρακτήρα.

Ο Πυθαγόρας μιλούσε πάντα για την άνιση διαίρεση του τόνου και αυτό προκύπτει εύκολα καθώς η ρίζα του $9/8$ δεν είναι ρητός αριθμός, άρα δεν υπάρχει λόγος ακεραίων που να ισούται με μισό τόνο. Άρα σύμφωνα με τον Πυθαγόρα δεν υπάρχει αυτό που λέμε ημιτόνιο. Της ίδιας άποψης είναι ο Ευκλείδης αποδεικνύοντας με αριθμητικά θεωρήματα ότι "ο τόνος ου διαιρεθήσεται εις 2 ίσα", ο Νικόμαχος ο Γερασινός (2ος μ.χ), ο Κλαύδιος Πτολεμαίος (108-168) καθώς και ο Θέων ο Σμυρναίος (2ος μ.χ), οι οποίοι έχουν βάση τη μαθηματική λογική μέσα απ' την έκφραση των αριθμών και των αναλογιών τους. Τώρα αν αφαιρέσουμε το λείμμα απ' τον τόνο $(9/8:256/243=2187/2048)$ προκύπτει η αποτομή. Δηλ. Λείμμα+Αποτομή=Μ.τόνος και λείμμα<(ημιτόνιο)<αποτομή. Η θεωρία του Πυθαγόρα απέκτησε οπαδούς και συνεχιστές του έργου του τους πυθαγόρειους.

Αν τώρα απ' το τριμήμιτονο- $32/27$ (μ.τόνος+λείμμα) αφαιρέσω μια αποτομή προκύπτει ένας τόνος μικρότερος του μείζονος είναι ο λεγόμενος <φυσικός> τόνος $(2^{16}/3^{10})$, ο οποίος ισούται με 2 λείμματα. Αν η αποτομή αφαιρεθεί από φυσικό τόνο προκύπτει διάστημα σχεδόν ίσο με το $1/3$ του τόνου $(2^{27}/3^{17})$ είναι η λεγόμενη χρωματική δίεση. Αφαιρώντας μια χρωματική δίεση από μ.τόνο θα σχηματιστούν τα $2/3$ του τόνου $(3^{19}/2^{30})$. Αυτό το διάστημα αναφέρεται ως <ελάχιστος> τόνος (επιτροπή: $27/25$). Τώρα αν αφαιρέσουμε απ' το τριμήμιτονο έναν ελάχιστο τόνο παίρνουμε τον <ελάσσονα> τόνο $(2^{35}/3^{22})$, ο οποίος είναι μεγαλύτερος του ελαχίστου και μικρότερος του φυσικού τόνου. Η διαφορά του φυσικού τόνου απ' τον μείζονα ονομάστηκε <πυθαγόρειο κόμμα> $(3^{12}/2^{19})$ ή $74/73$ κατά Πτολεμαίο. Δύο πυθαγόρεια κόμματα $37/36$ είναι σχεδόν ίσα (παρά 4 cents) με το $1/4$ του τόνου και ίσα με την τετραγωνική ρίζα $(256/243)=3^{24}/2^{38}$. Το διάστημα αυτό το ονομάζουμε εναρμόνια δίεση=2 πυθ.κόμματα= $1/4$ τόνου.

Άρα ανακαιφαλαιόνοντας:

α) λείμμα + αποτομή = μ.τόνος $(2^8/3^5 * 3^7/2^{11} = 9/8)$

β) ελάχ.τόνος + χρωμ. δίεση = μ.τόνος $(3^{19}/2^{30} * 2^{27}/3^{17} = 9/8)$

γ) ελάσσ.τόνος + εναρμ. δίεση = μ.τόνος $(2^{35}/3^{22} * 3^{24}/2^{38} = 9/8)$

- δ) φυσικός τόνος + πυθ.κόμμα = μ.τόνος ($2^{16}/3^{10} * 3^{12}/2^{19} = 9/8$)
 ε)πυθ.κόμμα+εναρ.δίεσ=χρωματ.δίεση ($3^{12}/2^{19}*2^{46}/3^{29}=2^{27}/3^{17}$)
 στ) π.κόμμα + χρωμ.δίεση = λείμμα ($3^{12}/2^{19} * 2^{27}/3^{17} = 2^8/3^5$)
 ζ) π.κόμμα + λείμμα = αποτομή ($3^{12}/2^{19} * 2^8/3^5 = 3^7/2^{11}$)
 η) π.κόμμα + αποτομή = ελάχ.τόνος ($3^{12}/2^{19} * 3^7/2^{11} = 3^{19}/2^{30}$)
 θ) π.κόμμα + ελάχ.τόνος = ελάσσ.τόν ($3^{12}/2^{19} * 2^{54}/3^{34}=2^{35}/3^{22}$)
 ι) π.κόμμα + ελάσσ.τόνος = φυσ.τόνος ($3^{12}/2^{19} * 2^{35}/3^{22}=2^{16}/3^{10}$)

Άρα σε μία μερκατορική-πυθαγορική κλίμακα των 53 μορίων με 4χορδο (9-7-6) θα έχουμε:

διαπασών: 53	μείζων: 9	αποτομή: 5
πέμπτη: 31	φυσικός: 8	λείμμα: 4
τετάρτη: 22	ελάσσων: 7	χρωμ.δίεση:3
τριημίτονο13	ελάχιστ: 6	εναρμ.δίεση:2
	πυθαγ.κόμμα: 1	

Ο επόμενος μεγάλος θεωρητικός που έμελλε να αφήσει ανεξίτηλο το όνομα του στην ιστορία και δημιούργησε αντίστοιχη σχολή με πλήθος μαθητών είναι ο Αριστόξενος ο Ταραντίνος (4ος αιών. π.χ.). Ο Αριστόξενος κάνοντας πειράματα σε έγχορδο όργανο με την αίσθηση της ΑΚΟΗΣ μας λέει ότι η 4η αποτελείται από 2.5 τόνους ακριβώς και επακόλουθα ο τόνος σε αντίθεση με όσα λέει ο πυθαγόρας χωρίζεται σε δύο ίσα τμήματα (ημιτόνια). Στο συμπέρασμα αυτό κατέληξε θεωρώντας ότι το ανθρώπινο αυτί δε διακρίνει διαφορές της τάξης του ενός πυθ. κόμματος (~23 cents). Με λίγα λόγια ταύτισε το λείμμα με την αποτομή. Η συγκεκριμένη στάση του Αριστόξενου έχει αισθητικό αποτέλεσμα, δεν έγινε μαθηματικά αποδεκτή, είναι εμπειρική και επακόλουθα εμπειρικοί και οι όροι $1/2$ του τόνου=ημιτόνιο, $1/3$ του τόνου τη χρωματική δίεση και $1/4$ του τόνου= $1/2$ ημιτονίου την εναρμόνιο δίεση ή απλά δίεση που χρησιμοποιεί.

Τονίζει ότι ο τόνος αποτελεί τη διαφορά της 4ης απ' την 5η και διαιρείται στα 2, στα 3 και στα 4. Όπως υποστηρίζει "τα δε τούτων ελάττονα διαστήματα πάντα έστω αμελώδητα" τόσο στη φωνή, όσο και στο αυτί. Δηλαδή το ελάχιστο μελωδούμενο διάστημα είναι η εναρμόνια δίεση = 3 μόρια. Σύμφωνα με τον Αριστόξeno το εκτημόριο του τόνου (2 μόρια) είναι έλαττον του ελαχίστου των μελωδουμένων της φωνής και της ακοής. Παράλληλα ο ίδιος και οι επίγονοί του (Αριστείδης Κο'ι'ντιλιανός(2ος μ.χ), Κλεωνίδης(2ος μ.χ) είναι αυτός που όρισε το τόνο στα 12 τμήματα ως το ΕΚΤ(3,4) και πρότεινε το συγκερασμό της κλίμακας σε 72 τμήματα, Πορφύριος ο νεοπλατωνικός(232-305), Μανουήλ Βρυένιος και Γεώργιος Παχυμέρης) περιγράφουν το τόνο ως ένα θεωρητικό σύνθετο φαινόμενο του τόπου και της τάσεως της φωνής που καθορίζουν τη διάταξη των φθόγγων στην 8άδα παρ' όλο που τον ορίζουν και σαν "το μεταξύ 2 εν αλληλουχία φθόγγων της μουσικής κλίμακας".

Να επισημάνουμε ότι η παγκόσμια μονάδα μέτρησης διαστημάτων είναι το cent. Ορίζεται ως $1 \text{ cent} = 1/100$ του ιστονικά συγκερασμένα ημιτονίου, δηλ. $100 \text{ cents} = 1 \text{ ημιτόνιο}$ και $1 \text{ τόνος} = 200 \text{ cents}$.

**συγκερασμός: σύστημα που στηρίζεται σε μια πρακτικά εφαρμόσιμη σχέση τονικών υψών με βάση αριθμητικό υπολογισμό διαστημάτων.

**ισοτονικός: αξίζει να σημειωθεί ότι η δυτική ευρωπαϊκή μουσική δομήθηκε ακριβώς πάνω στην αριστοξενική θεώρηση. Ευρωπαϊκή μουσική (8άδα=6τονική=1200 cents), τόνος= 2 ημιτόνια (Αριστόξενος).

Ο Χρυσάνθος γνωρίζει και τις 2 θεωρίες, ακολουθεί όμως μία μέση έκφραση δίνοντας βάρος στην επιστημονική βάση της μουσικής (Πυθαγόρας) αλλά και στον τεχνικό της χαρακτήρα (Αριστόξενος). Στηρίζει τις απόψεις του Κλεωνίδα και ορίζει τον τόνο στα 12 μόρια ($9/8$), αλλά δεν τον ακολουθεί στο μέγεθος της 4ης στα 30 μόρια αλλά επιλέγει τα 28 κάτι το οποίο τον οδηγεί σε σφάλματα. Ονομάζει το μείζον ημιτόνιο ελάχιστο τόνο και το χαρακτηρίζει στα 7 μόρια ($88/81$). Τον ελάσσονα τον τοποθετεί στα 9 με λόγο $12/11$. Έχει μια πυθαγόρεια λογική σχετικά με τη διαίρεση του τόνου (αναλογίες) αλλά δε πετυχαίνει να συσχετίσει σωστά τους λόγους σε αριθμούς. Αναφέρει για το λείμμα των αρχαίων το οποίο είναι μικρότερο από τον ελάχιστο τόνο αλλά δεν αναφαίρει την αποτομή (τι να πει; 6 το ημιτόνιο, 7 το ελάχιστο) ενώ τη δίεση τη χρησιμοποιεί σαν σιμάδι όξυνσης ενός φθόγγου κατά ημιτόνιο αλλά και αορίστως (1, 2, 3 τεταρτημόρια). Αξίζει να αναφερθεί ότι η διατονική έκφραση του Χρυσάνθου ($9/8 * 12/11 * 88/81$) σε σύγκριση με αυτή του Πτολεμαίου ($10/9 * 12/11 * 11/10$) διαφέρουν κατά $81/80$ (1 διδύμιο κόμμα) τόσο στον μείζονα όσο και στον ελάχιστο τόνο ενώ ο ελάσσονας είναι ο ίδιος. Όμοια και με το διάτονο του Διδύμου ο ελάχιστος του του Χρυσάνθου είναι υψωμένος κατά $55/54$ (32 cents) με αυτόν του Διδύμου, ενώ ο ελάσσων είναι χαμηλωμένος επίσης κατά 32 cents $\sim 1/6$ του τόνου.

Η πατριαρχική επιτροπή του 1881 αν και αναγνώρισε την ευεργεσία του Χρυσάνθου θεώρησε την εργασία του ατελή και ειδικά τα διαστήματά του διατόνου 12-9-7 εσφαλμένα. Βασίστηκε στους λόγους του Διδύμου Αλεξανδρέα (1ος π.χ-1ος μ.χ). Επανέφερε την αρχαία τάξη των 30 μορίων στο 4χορδο και 72 στην 8άδα και με μια σειρά από πειράματα και ακουστικές δοκιμές πάνω σε όργανο (ψαλτήριον) με κινητούς δεσμούς από μουσικούς της εποχής οι οποίοι "έξέφραζον την εαυτών γνώμη" στα διάφορα διαστήματα που πρότεινε η επιτροπή εντόπισαν τα αληθή και γνήσια. Αποτέλεσμα αυτών ήταν η αντικατάσταση του ελάσσονα στα 10 μόρια (με λόγο $800/729$ - ειδικά ο Βου βρέθηκε στα 81 cm χορδής 1 m). Αξίζει να σημειωθεί ότι ο Παγκράτιος ο Βατοπαιδινός ενώ δέχεται την ακουστική ορθότητα των δοκιμών εντούτοις υποστηρίζει ότι η μέθοδος αυτή ήταν επιστημονικά ανακριβής αφού δεν ήταν αποτέλεσμα μαθηματικών υπολογισμών. Η επιτροπή όρισε το μείζονα τόνο στα 12 μόρια ($9/8$) και τον ελάχιστο στα 8 ($27/25$). Ακόμα προσδιορίζει το ημιτόνιο ως το μισό του μ. Τόνου, το λείμμα στα 5.5 μόρια και τη δίεση ή ύφεση σαν το ελάσσων ημιτόνιο του διδύμου ($25/24$) = μ. τόνος-ελάχ. τόνος (4 μόρια). Επίσης ορίζει το κόμμα ($81/80$), το οποίο είναι το διδύμιο και ίσο με τη διαφορά ελάσσονος από μ. τόνο ($9/8 : 10/9 = 81/80$). Ο ελάσσων της επιτροπής είναι αυτός του διδύμου χαμηλωμένος κατά 1 κόμμα, ο ελάχιστος της επιτροπής είναι το μείζον ημιτόνιο του Στεφανίδη-Διδύμου υψωμένο κατά 1 κόμμα και η δίεση της επιτροπής είναι ο

ελάσσων τόνος του Διδύμου χαμηλωμένος κατά 1 μείζον ημιτόνιο. Είναι φανερό ότι τα μεγέθη της επιτροπής είναι όλα παράγωγα των μεγεθών 9/8, 10/9, 16/15 τα οποία δομούν το 4χορδο του Διδύμου (9/8*10/9*16/15). Δηλ. η μόνη διαφορά εντοπίζεται στον ελάσσονα τόνο ο οποίος είναι κατά 1 διδύμιο κόμμα χαμηλότερος στην επιτροπή. Επίσης ταύτισαν το ΝΤΟ με το άνω Νη στα 512 Hz.

**μέγεθος μουσικού διαστήματος:

$$d_{k(\delta)} = dk(f_2/f_1) = k \cdot \log_2(f_2/f_1) = k \log(f_2/f_1) / 0,301029$$

π.χ

$$d_{72}(9/8) = 72 \cdot \log_2(9/8) = 72 \cdot \log(9/8) / 0,301029 =$$

$$72 \cdot 0,051152 / 0,301029 = 12,2346001 \sim 12.2$$

Παρ' όλα αυτά ο προσδιορισμός των λεπτών διαστημάτων της μιας φωνής συνέχισε να απασχολεί τους θεωρητικούς όπως τον Βασ. Στεφανίδη ο οποίος έζησε την ίδια περίοδο με τον Χρύσανθο και ταυτίζεται εννοιολογικά με τη πυθαγορική θεωρία, τον Αγαθοκλή, το Νικόλαο Παγανά (ο οποίος ταυτίζει τα διαστήματα του διατόνου όπως αυτά της ευρωπαϊκής μουσικής) στο τέλος του 19ου αιώνα, τον Κων/νο Ψάχο και στον 20ο αιώνα το Σίμωνα Καρά, ο οποίος δέχεται την αριστοξενική λογική υποστηρίζοντας τη ζώσα παράδοση αλλά ταυτόχρονα αποζητεί μια πυθαγορείου ύφους αλγοριθμική που θα του δώσει επιστημονική τεκμηρίωση.

Στο σημείο αυτό καλό είναι να αναφερθούν τονικά μεγέθη που έχουν πέσει σε αχρηστία απ' τον Χρύσανθο και μετά όπως τα μνημονεύει πρώτος ο ψευδο-Πλούταρχος. Αυτά είναι η Εκβολή: όπου σύμφωνα με τον Αριστ. Κοϊντιλιανό είναι η ανύψωση του τονικού ύψους κατά βήμα 5 διέσεων (15 μόρια), η Έκλυση: χαμήλωμα τονικότητας κατά 3 διέσεις (9) και ο Σπονδειασμός που είναι η ανύψωση κατά 3 διέσεις (9).

Τέλος είναι σαφές με όλα τα παραπάνω τόσο με τη πυθαγόρεια (μαθηματική) όσο και με τη αριστοξενική (αισθητηριακή) θεώρηση, η μέτρηση των υποδιαιρέσεων του τόνου και γενικότερα των λεπτών διαστημάτων της μιας φωνής επιτελεί τη χαρτογράφηση της μελωδικής πραγματικότητας η οποία έρχεται να προσομοιώσει μέσω αριθμών τη ζωντανή μουσική παράδοση και είναι όντως ένα πολύτιμο διδακτικό και παιδαγωγικό εργαλείο. Παρ' όλα αυτά όμως δεν πρέπει να εμμένουμε με σχολαστικότητα στα αριθμητικά μεγέθη των διαστημάτων καθ' ότι αυτά είναι προσεγγιστικά, αλλά σε ότι αυτοί αντιπροσωπεύουν δηλ. στο πόσο κοντά ή μακριά βρίσκονται μεταξύ τους οι φθόγγοι και τον προσδιορισμό του "λίγο" και του "περισσότερο". Άλλωστε η πορεία του μέλους είναι αυτή που καθορίζει κάθε φορά τον προσδιορισμό των μουσικών φθόγγων με τις διάφορες θέσεις που περιλαμβάνει, αφού ιστορικά η πράξη προηγείται της θεωρίας.